

Modelado de fenómenos astronómicos con Realimentación utilizando Dinámica de Sistemas. Caso ciclo CNO

Orlando J. Katime Santrich y José A. Hernández Jiménez *

Observatorio Astronómico
Universidad Sergio Arboleda
Bogotá, Colombia.

Resumen

Se pretende reforzar la hipótesis planteada en el trabajo de Katime y Andrade [1] sobre la implementación de la Dinámica de Sistemas como una herramienta para estudiar los sistemas dinámicos astronómicos que presentan realimentación. En este caso se propone estudiar la nucleosíntesis de estrellas masivas, es decir con una masa $> 3M_{\odot}$, y que estén en la Secuencia Principal. En este tipo de estrellas se presenta el *Ciclo CNO* que cumple con los requerimientos para ser considerado un Sistema Dinámico ya que tiene un lazo de realimentación entre sus componentes. Las aproximaciones que se hacen son las recurrentes para estos casos, además están disponibles en la literatura correspondiente. Con el modelo matemático obtenido se pretenden calcular las temperaturas efectiva y central, la tasa de emisión de energía, luminosidad nuclear, y las fracciones por masa del ^1H , ^{12}C , ^{13}N , y ^{15}O en el volumen estelar, derivadas de las ecuaciones de la evolución química. La evaluación de los resultados obtenidos con dinámica de sistemas se hará comparándolos con los encontrados en la literatura de forma tradicional.

Palabras claves: Física estelar: Nucleosíntesis estelar - Dinámica de sistemas: Realimentación

*Centro Halley de Astronomía y Ciencias Aeroespaciales, Universidad Industrial de Santander UIS, Bucaramanga, Colombia

1. Introducción

En el desarrollo de la astrofísica se presentan dos frentes de trabajo: la investigación teórica y la experimental(observacional). Como en toda ciencia, el trabajo teórico es confrontado con la evidencia observacional(experimental) ó, como en muchos casos, el desarrollo teórico complementa el observacional. Este trabajo es teórico pero evaluable con resultados y datos experimentales.

Los Sistemas Dinámicos (SD) se presentan en muchos campos del saber desde los sistemas sociales y económicos hasta los físicos y astronómicos, su principal característica es el alto grado de complejidad reflejada en la dificultad de obtener el conjunto de ecuaciones diferenciales que describan el comportamiento colectivo o individual de las variables o partes que lo conforman. La Dinámica de Sistemas (DS) es una metodología de modelado y simulación que pretende resolver ó ayudar a tratar la complejidad de estos sistemas, surgió inicialmente para modelar sistemas sociales, pero se ha extendido a toda clase de fenómenos que se puedan considerar como un SD, es una especie de complemento a la matemática para llegar a describir el comportamiento del sistema, esto significa la posibilidad de facilitar la obtención y solución numérica de las ecuaciones para hacer toda clase descripciones y predicciones sobre el sistema. La DS ha explicado exitosamente la dinámica de muchos fenómenos considerados SD.

En Astronomía y Física hay muchos ejemplos de estos sistemas: el universo, las galaxias, las estrellas, la nucleosíntesis, entre otros tiene el requisito necesario para ser tratados bajo este enfoque; sin embargo las únicas referencias internacionales de la DS en Astronomía son los trabajos [1] y [2]. El trabajo que se realizará con este proyecto es una extensión del anterior pero para estrellas masivas, es un tema ampliamente estudiado en Astronomía en el cual se tiene toda clase de teorías y datos disponibles en la literatura, esto permitirá comparar nuestros resultados con los encontrados en las referencias internacionales. Con la publicación del artículo sobre este trabajo se pretende reafirmar la investigación en evolución estelar y desarrollar otros trabajos de aplicación de la DS en SD astronómicos.

Este proyecto es continuación de [1] y se deriva de los primeros trabajos desarrollados en el Centro Halley de la Universidad Industrial de Santander UIS [2], [4] y que se reflejaron en la tesis de grado de Katime [3].

2. Descripción del proyecto

2.1. Aplicabilidad de la Dinámica de Sistemas

La evolución estelar para estrellas de todo tipo: baja ($0,08 < M < 1,1M_{\odot}$), intermedia ($1,1 < M < 3M_{\odot}$), y alta masa ($> 3M_{\odot}$), es fuertemente dependiente de la evolución química de las respectivas estrellas, es decir de la nucleosíntesis en el interior estelar. En este trabajo se abordarán las estrellas de alta masa por ser un problema muy estudiado y del que no se tiene una teoría completamente consistente. La fase evolutiva en la que se trabajará es la Secuencia Principal (SP) por ser precisamente la etapa de estabilidad estelar y es en la que se encuentran la mayoría de las estrellas. La estructura y evolución en la SP depende de la masa estelar: las de baja masa basan la nucleosíntesis en la Cadena Proton Proton, mientras que en las de intermedia y alta ocurre el *ciclo CNO*. En ambas reacciones el mecanismo dominante es el de fusión en cadena. En las de alta masa el transporte de energía es principalmente por convección, de hecho el núcleo es casi completamente convectivo pero por una envoltura radiativa. Las estrellas de baja e intermedia masa finalizan su vida como enanas blancas, mientras que las masivas pueden finalizar como: estrellas neutrónicas ó agujeros negros.

El ciclo CNO se puede considerar un SD porque presenta lazos de realimentación y cumple con una de las definiciones clásicas de la DS: conjunto de partes interactuantes. Los elementos de la reacción ^1H , ^{12}C , ^{13}N , ^{15}O y demás, colisionan entre si formando más elementos y estos a su vez por colisiones forman el resto de elementos presentes en la reacción. El ciclo se realimenta porque en el núcleo estelar se vuelve a producir ^{12}C , esto produce un lazo de realimentación que físicamente se refleja en la duración de la estrella en la secuencia principal.

De acuerdo con las reacciones del ciclo CNO y la tasa de interacción entre dos partículas están dadas por:





$$R_{ax} = \frac{\eta_a \eta_x}{1 + \delta_{ax}} \left(\frac{2^{13/6}}{3^{1/2}} \right) \frac{S(E_0) E_G^{1/6}}{m_r^{1/2} (KT)^{2/3}} \exp\left[-3 \left(\frac{E_G}{4KT} \right)^{1/3}\right] \quad (7)$$

Donde η_a y η_x son las densidades medias de las partículas, $S(E_0)$, es el factor de sección eficaz, E_G es la energía de Gamow, R_{ax} es la tasa de colisión entre dos partículas.

La DS ha sido aplicable en varios campos de investigación donde se presenta un SD [5], su base filosófica se fundamenta en el Pensamiento Sistémico (PS), el cual es una forma de entender toda situación como el resultado de las interconexiones que lo conforman, concretamente analiza las relaciones causa - efecto y centra el interés en explicar como la realimentación (lazos de realimentación) explica la dinámica del fenómeno ó sistema. El PS proporciona la visión holística ó de totalidad en el análisis de un fenómeno.

Tal como se ha demostrado en los trabajos [1], [2], [3], y [4] la DS es una herramienta que puede ser utilizada en Astronomía para modelar fenómenos, la mayoría de los procesos astronómicos son SD y en los últimos años se ha descubierto que su dinámica esta fundamentada en la realimentación, por lo tanto, dados los excelentes antecedentes de la DS modelando SD en diferentes campos y los recientemente comprobados procesos astronómicos realimentados, es interesante la hipótesis de utilizar DS en Astronomía. Estos últimos trabajos también han demostrado que la Astronomía es una ciencia sistémica, las estrellas, el sistema solar, las galaxias y el universo se pueden modelar como SD.

El modelo se construirá con la ayuda del Software Evolución 3.5¹, programa diseñado para modelar y simular sistemas dinámicos.

¹Software desarrollado por el Grupo de Simulación y Modelamiento SIMON de la Escuela de Ingeniería de Sistemas e Informática de la UIS

2.2. Objetivos

2.2.1. General

Fortalecer la hipótesis de utilizar DS en el modelamiento de sistemas dinámicos astronómicos con los resultados obtenidos de este trabajo.

2.2.2. Específicos

- Calcular las temperaturas efectiva y central, la tasa de emisión energía, y luminosidad nuclear.
- Calcular las fracciones por masa del ^1H , ^{12}C , ^{13}N y ^{15}O con base a las ecuaciones de la evolución química obtenidas del modelo matemático.

2.3. Metodología

Tal como se ha comentado la metodología a usar en este trabajo es la seguida por la DS, ya que esta orienta la construcción formal de modelos matemáticos a partir de las explicaciones sobre los modos de comportamiento observados en el SD, esto se logra analizando esos diferentes modos del sistema para identificar los elementos que se relacionan (interactúan) entre sí y que son los responsables de esa dinámica observada. Esta es la diferencia con el enfoque tradicional en donde se trata de armar primero el modelo matemático, partiendo de las observaciones ó datos, para explicar el comportamiento observado, en cambio con la DS dicho modelo se extrae de la teoría que explica esos diferentes modos de comportamiento.

Como ya se mencionó la DS no trata de extraer de la observación del fenómeno el modelo matemático, por el contrario, con base a las sustentaciones teóricas hace una representación del problema como un sistema a través de los *Diagramas de Influencias (DI)*. Estos DI están caracterizados por unas estructuras cerradas interrelacionadas llamadas *ciclos de realimentación* que son los principales responsables del comportamiento dinámico, y junto con las otras variables forman el DI que fundamentalmente es la forma de ver como interactúan las partes del Sistema brindando información del comportamiento dinámico. Posteriormente se pasa a una representación que es el paso antes de llegar a la matemática, los *Diagramas de Forrester (DF)*. Básicamente en los DF se traducen las relaciones de influencias a

relaciones matemáticas, de aquí se llega al conjunto de ecuaciones diferenciales (implícitas en el DF) que describen el comportamiento del fenómeno. Con la DS se observa más detalladamente el grado de complejidad de un fenómeno porque se observan claramente las variables interrelacionadas (interactuantes) que son las causantes de esa complejidad, pero además esas relaciones claramente detalladas (facilitadas por esa visión de sistema ó de totalidad) son las que permiten suavizar la complejidad facilitando su formulación matemática. La ventaja de hacer estas representaciones (DI y DF) antes de plantear la ecuaciones diferenciales es que se describe de una forma más amplia la dinámica del fenómeno, y se obtiene un modelo más simple, o en otros casos uno más completo que el obtenido de la forma tradicional (pasar de la observación a las ecuaciones). Tal como se ha demostrado en algunos trabajos, la ampliación de la fenomenología dinámica no implica complicar más el problema.

La metodología de modelado y simulación con DS se puede resumir en: Analizar la teoría y observaciones del fenómeno, construir el DI para encontrar las relaciones de realimentación y verificar que el fenómeno es un SD, plantear el DF para traducir las relaciones del DI a relaciones cuantitativas para plantear el conjunto de ecuaciones diferenciales que gobierna la dinámica y su posterior solución numérica bajo diferentes condiciones de simulación.

2.4. Cronograma de Actividades

Este trabajo se desarrollará mediante la siguiente secuencia de actividades:

1. Recolección de la bibliografía correspondiente.
2. Estudio y análisis de la teoría de formación y evolución de estrellas masivas.
3. Análisis de dicha teoría concentrándose específicamente en la nucleosíntesis de la SP.
4. Planteamiento del modelo matemático del ciclo CNO.
5. Cálculo de las densidades medias e instantáneas de las partículas de la reacción.

ACTIVIDAD	Mes 1	Mes 2	Mes 3	Mes 4	Mes 5	Mes 6	Mes 7	Mes 8
1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	0	0	0	0	0
4	0	0	0	1	1	0	0	0
5	0	0	0	0	1	1	0	0
6	0	0	0	0	0	1	0	0
7	0	0	0	0	0	1	1	1
8	0	0	0	0	0	0	0	1
9	0	0	0	0	0	0	0	1

Cuadro 1: *Cronograma de Actividades*

6. Cálculo de las tasas de colisión de las partículas involucradas en la reacción nuclear.
7. Desarrollo y evaluación del modelo obtenido comparándolo con los resultados de la literatura internacional.
8. Redacción del informe final de investigación.
9. Redacción y envío del artículo a la revista internacional.

Las anteriores actividades se desarrollaran siguiendo el cronograma indicado en la Tabla 1. El cronograma empieza a desarrollarse a partir de la fecha de aprobación del proyecto.

2.5. Bibliografía

1. O. Katime y H. Andrade. *Modelling Astronomical Phenomenous with Feedback using System Dynamics. Case Proton Proton Chain.*, Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica. vol 41, 2 (2005).
2. C. Barrios, O. Katime y H. Andrade. *Modelling and Simulation of Astronomical Dynamic Systems with System Dynamics.*, System Dynamics Review. vol 21, issue 1 (2005). En preparación.
3. O. Katime. *Modelos para poblaciones estelares de baja masa en la Secuencia Principal utilizando Dinámica de Sistemas.*, Trabajo de grado en Física, Centro Halleyd e Astronomía UIS, 2003.

4. C.J. Barrios, y O.J Katime. *Modelamiento y Simulación de Cuerpos Estelares y Planetarios bajo un Enfoque Sistémico: Memorias IX Congreso Nacional de Estudiantes de Ingeniería de Sistemas*. (Universidad Distrital, Bogotá, 2000).
5. H. Andrade, I. Dyner, A. Espinosa, H. López y R. Sotaquirá. *Pensamiento Sistémico: Diversidad en Busca de Unidad*, (Ediciones UIS, Bucaramanga, 2001).
6. G.J. Mathews y F.S. Dietrich. *The $N(P, \gamma)O$ Thermonuclear reaction rate and the hot CNO cycle*. *Astrophysical Journal*, 227:969 1984.
7. G.R. Caughlan. *The mean lifetimes of Carbon, Nitrogen, and Oxygen nuclei in the CNO bi-cycle..* *Astrophysical Journal*, 136:453C 1962.
8. W.C. Bradley y A.O. Dale. *An Introduction to Modern Stellar Astrophysics*. (Weber State University, Addison Wesley Publishing Company, 1996).
9. N. Calvet. *Evolución Estelar: Memorias VII Escuela la Hechicera*. (Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela, 2001).
10. M.S Longair. *High Energy Astrophysics*. (V II, Second Edition, Cambridge University Press, 1997).
11. M. Schwarzschild. *Structure and Evolution of The Stars*. (Dover Publications, 1955).
12. R.C Smith. *Observational Astrophysics*. (Cambridge University Press, 1995).

3. Resultados

Con este proyecto se pretende implantar la DS como herramienta de modelado y simulación de de fenómenos astronómicos que presenten realimentación, también se busca que el observatorio astronómico de la Universidad Sergio Arboleda se inicie en le modelamiento de esta clase de sistemas complejos y se sintoníze con la tendencia internacional de la Astronomía que

se presenta actualmente y además es una continuación de la línea de investigación en evolución estelar que empezó a desarrollarse hace unos años con la Dra. Bianca Basso.

El resultado de esta investigación se pretende publicar en la *Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica*, una revista de circulación mundial, en idioma inglés, y muy bien rankeada a nivel mundial por los profesionales de la Astronomía. También es posible publicarlo en las memorias del LARIM 2005: *Latin American Regional IAU Meeting*, también de circulación mundial y avaladas por la Internacional Astronomical Union IAU, máxima autoridad a nivel mundial en Astronomía.

El trabajo contará con la asesoría del investigador Alberto Rodríguez Ardila Ph.D. Del Laboratorio Nacional de Astrofísica en Brasil y por la astrónoma Lysa Amy Prato Ph.D, investigadora de Lowell Observatory en Arizona.

4. Presupuesto

El único gasto que requiere la ejecución del proyecto es el pago del salario mensual del investigador de tiempo completo, monto que según las normas de colciencias para proyectos de investigación debe ser de 5 SMLV (salarios mínimos legales vigentes). Todo lo demás: asesorías, bibliografía, equipos, y software corren por cuenta del investigador principal o están disponibles en el observatorio.