Orientación y Estabilidad Rotacional de Libertad I.

Paul Nuñez[*], César Valero, Ivan Luna,
Raul Joya, Andres Alfonso, Liza Pinzón,
Josiph Toscano, Miguel Ariza.

Observatrio Astronómico,
Escuela de Ingeniería.
Universidad Sergio Arboleda.

14 de abril de 2008

Resumen

Con el motivo de optimizar las comunicaciones con el Pico-Satélite "Libertad I", se diseñó un sistema de estabilización pasivo que busca orientar el satélite y su antena con las líneas de campo magnético de la tierra. A continuación se presentará brevemente el modelo físico creado para poder diseñar el sistema de estabilizción y orientación. El modelo se puede justificar por dos razones principales: La primera es que este modelo parte de primeros principios y de la electrodinámica clásica; la segunda y tal vez más importante es el exito de la misión "Libertad I" y por lo tanto la verificación experimental del modelo.

1. Introducción

La tarea más importante, no sólo de "Libertad I" [1], sino de cualquier satélite artificial, es la habilidad de comunicarse. La transmición y recepción de datos son hechos mediante el sistema de comunicaciones del satélite y sus antenas, que en este caso son dos monopolos: Uno para transmitir en frecuencia VHF y otro para recibir en UHF.

Las antenas son tiras de acero de cinta métrica, y su patrón de radiación típico no es esférico, es decir, no radían de igual forma en todas las direcciones. En particular existe una región ciega en la cual las antenas no radían, esta región ciega se puede imaginar como un cono cuyo vertice es la antena y cuyo eje de simetría es paralelo a la antena. Es importante evitar este cono ciego de aproximadamente $\sim 20°$, y por esta razón es necesario implemantar un sistema de orientación al satélite. En este artículo se desarrolará un modelo físico que permite disenãr tal sistema de orientación.

2. Dinámica del Satélite

Para poder crear un modelo físico es importante primero discutir la dinámica del sistema, que en este caso consiste en dinámica orbital y dinámica rotacional. La primera será discutida

[*] pnunez@physics.utah.edu

[1] Satélite construido en la Universidad Sergio Arboleda lanzado el 27 de Marzo de 2007.

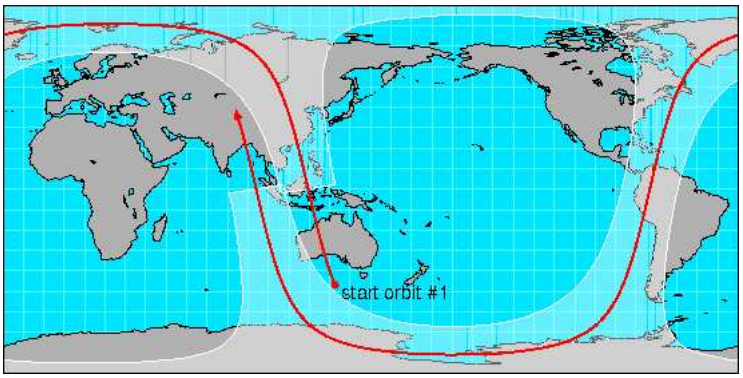

Figura 1: Una inclinación de 97,5° con respecto al ecuador genera una órbita Helio-Sincrónica

brevemente, y se hará énfasis en la segunda debido que está directamente relacionada con el problema de la orientación.

2.1. Dinámica Orbital

En la dinámica Orbital se considera el sistema "tierra-satélite", donde el satélite es analizado como un partícula. "Libertad I" orbitará a 510 km de altura, con un periodo de 110 min. Tendrá además una órbita polar, cuyo plano de rotación se encuentra inclinado a 97,5° con respecto al plano ecuatorial. Estos 97,5° causan que el vector de fuerza gravitacional generado por la tierra cambie ligeramente durante su orbita. Este cambio es debido al achatamiento de la tierra en el ecuador, y causa una precesión del plano orbital de aproximadamente $\sim 1°$ al día (Figura (1)). Una precesión de $\sim 1°$ hace que el plano orbital siempre haga aproximadamente el mismo angulo con el vector de radiación solar, y por lo tanto este tipo de orbita es conocida como una orbita *Helio-Sincrónica*.

2.2. Dinámica Rotacional

En la dinámica rotacional se considera al satélite como un sólido rigido. La dinámica de un sólido rigido esta regida por el equivalente de la segunda ley de Newton para rotaciones:

$$\vec{\tau}_{ext} = \frac{d\vec{L}}{dt} \; ; \; \vec{L} \equiv \tilde{I}\vec{\omega}, \tag{1}$$

donde $\vec{\tau}_{ext}$ es el torque externo actuando sobre el satélite, $\vec{L}$ es el momentum angular, $\tilde{I}$ es el tensor de Inercia y $\vec{\omega}$ es el vector de velocidad angular.

Despreciando términos de segundo orden en la velocidad angular se obtiene para cada componente 'i' del torque [2]:

$$\tau_i = \frac{d(I_{ii}\omega_i)}{dt} = I_{ii}\,\frac{d\omega_i}{dt} + \mathcal{O}(\omega_j^2). \tag{2}$$

La aproximación anterior implica que se están despreciando efectos de precesión. Es decir, que se asume que el satélite rotará alrededor de un eje preferencialmente. Por esta razón trabajaremos de ahora en adelante con ecuaciones escalares y no vectoriales. Trabajaremos particularmente con la relación

$$\boxed{\tau_{ext} = I\,\dot{\omega}}, \tag{3}$$

donde $\dot{\omega}$ es la aceleración angular.

3. Estabilización y orientación

Una vez el satélite haya sido puesto en orbita, este tendrá una velocidad angular inicial ω_0. El sistema de estabilización y orientación primero deberá reducir la velocidad angular y finalmente orientar la antena en la dirección deseada, evitando siempre la región ciega.

3.1. Alternativas y Restricciones

Varios metodos de estabilización han sido usados para orientar satélites, dentro de los cuales se incluyen el uso de micropropulsores, giróscopos, magneto-torqueadores, etc. Ninguno de estos métodos alternativos puede ser usado debido a varias restricciones impuestas por el satélite. "Libertad I" pertenece a un estandar de satélites conocidos como *Cube-sats* cuyo volumen y peso no pueden superar los $1000\,cm^3$ y $1\,kg$ respectivamente. Debido a esto, existen limitaciones en la cantidad de energía que este puede almacenar. Las serias limitaciones de peso, volumen y energía disponible hacen descartar cualquier dispositivo orientador que consuma energía eléctrica y que supere los estandares mencionados. Por esta razón es muy favorable buscar un sistema de estabilización pasivo, que no consuma energía eléctrica.

3.2. Uso de un Magneto para Orientar

Se podría intentar orientar la antena mediante el uso de un imán que se tienda a alinear con las líneas de campo magnético de la tierra. Haciendo uso de la ecuación (3) se obtiene la ecuación de movimiento para el angulo de rotación 'θ':

$$I\frac{d\theta}{dt^2} + \mu B \sin\theta = 0, \tag{4}$$

Donde el segundo termino es el torque magnético [3] $\tau_{mag} = \vec{\mu} \times \vec{B}$, siendo μ el momento magnético intrínseco del imán, y $\vec{B}$, el campo magnético de la tierra.

La ecuación (4) sólo admite soluciones puramente oscilatorias, lo que significa que el satélite quedaría en un estado estacionario de rotación uniforme o oscilación no amortiguada con frecuencia[2]

$$\Omega \simeq \sqrt{\frac{\mu B}{I}}. \tag{5}$$

De lo anterior se concluye que es necesario, además del torque producido por el imán, un torque discipativo que haga que disminuya la velocidad angular inicial ω_0 o la amplitud de oscilación.

[2]Para imanes con campos magnéticos de miles de Gauss, como por ejemplo los imanes de Neudimio, la frecuencia de oscilación pude ser del orden de unas decenas de segundos.

3.3. Barras de *Hysteresis* para Estabilizar

El torque discipativo puede ser generado por materiales de Hysteresis[3] [1], que son materiales ferromagnéticos facilmente magnetizables por el campo magnético terrestre. Al poner cierta cantidad de este dentro del satélite, estos convertiran la energía rotacional en energía térmica. Por cada rotación completa del satélite, el material se magnetizará primero primero en una dirección y luego en otra, y al cambiar la dirección de su magnetización habrá fricción molecular interna que hará que se transforme cierta cantidad de energía rotacional en calor[4]. Esta energía depende del material de Hysteresis que se use y por cada rotación completa se discipa aproximadamente [1]

$$\mathcal{E} \approx 4B_s H_c V, \tag{6}$$

donde B_s y H_c son propiedades intrínsecas del material de Hysteresis, y 'V' es el volumen del material. El torque no conservativo asociado a esta perdida de energía será calculado a continuación.

4. Modelo de Estabilización

El modelo de estabilización y orientación asume lo siguiente:

- La dinámica del satélite está regida por la ecuación (3)
- La energía perdida en una rotación completa está dada por la ecuación (6).
- El numero de revoluciones 'n' que "Libertad I" completará antes de estabilizarse es $n \gg 1$.

A continuación calcularemos el torque τ_h porducido por (6).

Por cada rotación completa 'n' existe un Torque no conservativo que hace un trabajo:

$$\mathcal{E} \approx 4B_s H_c V \tag{7}$$

"Aproximando" al continuo ($2\pi \ll 2\pi n$) se obtiene:

$$\mathcal{E}(\theta) \approx \frac{4B_s H_c V \theta}{2\pi} = \int_{\theta_0}^{\theta_f} \vec{\tau}_h \cdot d\vec{\theta} \tag{8}$$

$$\Rightarrow \tau_h \approx \begin{cases} \frac{2B_s H_c V}{\pi} & Cuando \left|\frac{d\theta}{dt}\right| > 0 \\ 0 & Cuando \left|\frac{d\theta}{dt}\right| \approx 0 \end{cases} \tag{9}$$

La ecuación que rige el movimiento del sistema es entonces

$$I\frac{d\omega}{dt} = \tau_h + \tau_{mag}, \tag{10}$$

donde τ_h está dado por (9) y $\tau_{mag} = \vec{\mu} \times \vec{B}$. La solución $\omega(t)$ cd tiene la característica de ser un Oscilador Amortiguado con una Evolvente Lineal y un Tiempo característico de amoriguamiento dado por:

[3] Aleación de Hierro y Niquel conocida como *HyMu 80*[6].
[4] Se puede demostrar que el aumento en temperatura es despreciable.

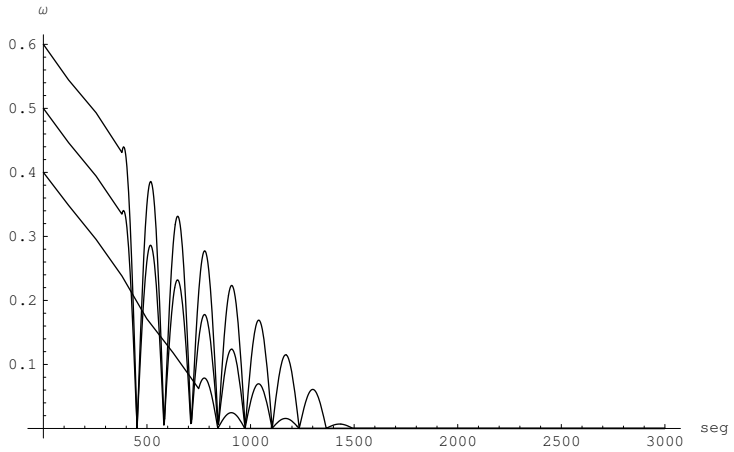

Figura 2: Resultados del modelo del Observatorio Astronómico. Son tres simulaciones: una para $\omega_0 = 0{,}4\, rad/seg$, otra para $\omega_0 = 0{,}5\, rad/seg$ y otra para $0{,}6\, rad/seg$.

$$\boxed{\mathcal{T} = \frac{\omega_0\ I\pi}{2B_s H_c V}}. \tag{11}$$

La ecuación anterior nos permite tener un criterio de diseño, podemos saber cuanto volumen de material necesitamos para que se estabilice en un tiempo $\mathcal{T}$. Una curva típica de $\omega(t)$ se puede ver en la figura (2).

4.1. Perturbaciones Polares

Debido a que "Libertad I" sufre una perturbación en los polos cada $50\, min$, es necesario estabilizar al satélite antes de su paso por Colombia. Segun la ecuación (11) se necesitan unos cuantos gramos ($10\, cm^3$) de material de Hysteresis para que es sistema se estabilice en cuestión de minutos (ver figura 2).

5. Resultados y Comentarios finales

Se logró construir a un modelo muy sencillo que además de proporcionar entendimiento físico de la dinámica rotacional del satélite, nos permite diseñar con precisión el sistema de estabilización. Cabe resaltar que la expresión (11) es un pequeño aporte a la ciencia aerospacial. Existe otro modelo muy completo conocido como *Cube-Sim*[1], que tiene en cuenta muchas más variables pero es nétamente computacional. El modelo *Cube-Sim* tiene entonces la desventaja de que se debe encontrar el volumen del material de Hysteresis a prueba y error hasta que el tiempo de estabilización sea aceptable. Finalmente, es importante mencionar que los tiempos de estabilización coinciden en orden de magnitud con el modelo computacional.

Finalmente cabe resaltar que hay evidencia suficiente para confirmar este modelo experimentalmente. "Libertad I" fue escuchado por decenas de estaciones terrenas alrededor del mundo [7] incluyendo a la estación terrena ubicada en la Universidad Sergio Arboleda (Bogotá, Colombia). Sería ideal poder reconstruir curvas de velocidad angular en función del tiempo y de la posición de el satélite con respecto a los polos magnéticos, pero para esto los

objetivos de una futura misión tendrían que enfocarse en la investigación de materiales de de hysteresis.

Referencias

[1] J-F Levesque. Passive Magnetic Attitude Stabilization using Hysteresis Materials.

[2] D. Kleppner & R Kolenkow. An Introduction to Mechanics. Mc Graw Hill (1978).

[3] D. Griffiths. Introduction to Electrodynamics. Prentice Hall (1999).

[4] S. Sndersrd Ose. Attitude determination for the Norwegian student satellite nCube. Norwegian University of Science and Technology. Trondheim Norway. June 07, 2004.

[5] Critical Design Review (CDR). Intelligent Space System Laboratory. University of Tokyo. April 6, 2001

[6] http://www.hightempmetals.com/techdata/hitempHymu80data.php

[7] http://www.usergioarboleda.edu.co/proyecto_espacial